MECÂNICA GERAL - 2/2009

LISTA 8

1. A energia potencial de dois átomos em uma molécula diatômica pode, em certos casos, ser aproximada pela função de Morse

$$U(r) = A \left[\left(e^{(R-r)/S} - 1 \right)^2 - 1 \right]$$

onde r é a distância entre os dois átomos e A , R , e S são constantes positivas com $S \ll R$.

- Esboce o gráfico desta função em função de r no intervalo $(0, \infty)$.
- Encontre a separação no equilíbrio r_0 , na qual $U(r)$ tem um mínimo.
- Escreva $r = r_0 + x$, de modo que x seja o deslocamento a partir do equilíbrio, e mostre que, para pequenos deslocamentos, U tem a forma aproximada $U = \text{constante} + 1/2kx^2$. Quem é k , em função dos demais parâmetros?

2. A força sobre uma massa m que se move sobre o eixo x é $F = -F_0 \sinh(\alpha x)$, onde F_0 e α são constantes positivas.

- Determine a energia potencial $U(x)$ apropriada para este problema.
- Encontre uma aproximação para $U(x)$ quando x for pequeno e determine a frequência angular das oscilações nesta aproximação.

3. A energia potencial de uma massa m a uma distância r da origem é dada por

$$U(r) = U_0 \left(\frac{r}{R} + \lambda^2 \frac{R}{r} \right)$$

onde $0 < r < \infty$ e U_0 , R e λ são constantes positivas.

- Encontre a posição de equilíbrio r_0 .
- Chame de x a distância a partir do equilíbrio e mostre que, para pequenos valores de x , $U = \text{constante} + 1/2kx^2$.
- Qual a frequência angular de pequenas oscilações deste sistema?

4. Uma mola de massa desprezível é suspensa do teto. Nesta posição, uma massa é presa a sua extremidade livre e abandonada a partir do repouso. O movimento é criticamente amortecido, e a posição final de repouso da massa está $0,5m$ abaixo da posição de onde ela foi abandonada. Qual a distância a que ela se encontra desta posição final de equilíbrio $1s$ após ser abandonada?

5. Um oscilador sem amortecimento tem período $\tau_0 = 1s$. Quando sofre um amortecimento fraco, a amplitude de suas oscilações decresce para a metade em um período τ_1 . Exprima β em função de ω_0 , a frequência angular do oscilador sem amortecimento, e determine τ_1 .

6. Um oscilador super amortecido tem posição inicial (em $t = 0$) x_0 e velocidade inicial v_0 .

- Escreva a solução da equação de movimento deste oscilador $x(t)$ em termos destas condições iniciais, do parâmetro de amortecimento β e da frequência angular ω_0 das oscilações sem amortecimento.
- Esboce o gráfico desta solução quando $x_0 = 0$ e quando $v_0 = 0$.
- Demonstre que o limite de sua resposta ao item (a) quando β vai a 0 é a solução correta do oscilador sem amortecimento.

7. Um sistema massa-mola, de frequência natural ω_0 , é submetido a duas experiências de relaxação semelhantes em meios viscosos diferentes. A experiência consiste em puxar a mola até que tenha uma deformação x_0 e então soltá-la e acompanhar o movimento resultante. Um dos meios (1) promove amortecimento crítico e o outro (2) produz uma força de arrasto com coeficiente duas vezes maior que o primeiro.

(a) Escreva a solução completa do problema nos dois casos.

(b) Determine, como função do tempo, a razão entre as velocidades atingidas pelo sistema nas duas experiências $v_1(t)/v_2(t)$. Analise o valor desta razão para pequenos valores de t até segunda ordem e determine se ela é maior ou menor que 1 neste caso.

8. Quando um carro passa sobre um piso que tem lombadas a intervalos regulares, estes provocam uma oscilação das rodas presas às molas de sua suspensão. (O que oscila, na verdade, é cada conjunto formado pelo eixo e as duas rodas presas a ele.) Encontre a velocidade que o carro tem que ter para que esta oscilação seja ressonante, a partir das seguintes informações :

(a) Quando seus ocupantes são quatro homens de $80kg$ cada, o corpo do carro abaixa de cerca de dois centímetros. Use esta informação para determinar a constante k de cada uma das quatro molas da suspensão.

(b) Se o conjunto formado por um eixo e suas duas rodas tem massa $50kg$, qual é a frequência natural de oscilação deste conjunto ligado a suas duas molas?

(c) Se a distância entre duas lombadas consecutivas do piso é de $80cm$, a que velocidade aproximadamente estas oscilações serão ressonantes?